Introduction à MATLAB

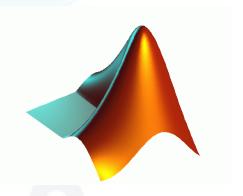
EMMANUEL ZENOU

zenou@isae.fr
http://people.isae.fr/emmanuel-zenou

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace Formation SUPAERO

Cette initiation à MATLAB a pour objectif de se familiariser à un outil très utilisé par la communauté scientifique dans les laboratoires et dans l'industrie. Il a également pour objectif d'initier (pour ceux qui n'y ont jamais touché) à la programmation et à l'algorithmique, ce qui est indispensable à tout bon ingénieur aujourd'hui. En effet, beaucoup de notions introduites ici ne sont pas propres à MATLAB mais à tout langage structuré comme le C/C++, le Java, *etc*.

Pourquoi MATLAB? Le succès actuel de MAT-LAB vient de sa simplicité de prise en main et d'utilisation. De plus, il existe des boîtes à outils (toolbox) optionnelles mais très utiles dans certains domaines comme l'optimisation, le traitement du signal et de l'image, l'apprentissage (réseaux de neurones...), l'automatique (Simulink), etc. Ce logiciel est de plus très utilisé tant dans le monde industriel que dans le monde universitaire.



Il existe un certain nombre de concurrents à MATLAB comme Octave ou SciLab. Octave interprète très bien des instructions MATLAB si celles-ci ne font pas appel à des *toolboxes* propres à MATLAB. SciLab, développé à l'initiative de l'INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique), a pour avantage d'être *libre*, c'est-à-dire non seulement gratuit mais dont le code source est accessible et réutilisable avec certains restrictions (licence CeCILL). Il est cependant encore aujourd'hui moins avancé et surtout moins généraliste que MATLAB.

La première partie (page 3) présente les principales instructions MATLAB utilisées presque tous les jours. La seconde partie (page 14) introduit les principales notions de programmation à connaître sous MATLAB. On trouvera à la fin de ce tapuscrit (page 23) les principales fonctions MATLAB.

Vous trouverez ici et là sur le net ou dans les bibliothèques bon nombre de documents sur MAT-LAB. Vous avez toute initiative pour rechercher par vous même les informations dont vous avez besoin. Vous y trouverez à la fin un index qui regroupe l'ensemble des commandes les plus courantes.

Enfin, il est indispensable de savoir que ce document est disponible aussi bien d'Oulan-Bator que du siège de l'ONU à New-York, par internet ¹. Vous trouverez toutes les sources nécessaires à ce projet. Toutes vos critiques et retours sont les bienvenus.

Bon travail!

^{1.} Lien: http://personnel.isae.fr/emmanuel-zenou/supaero/lere-annee-l3/article/initiation-matlab.html

Table des matières

1	Géné	éralités 3	,
	1.1	L'environnement MATLAB	,
	1.2	Premiers pas	,
	1.3	Typage	
	1.4	Macros	
	1.5	Affichage d'une donnée	
	1.6	Vecteurs	
	1.7	Matrices	
	1.8	Fonctions	
	1.9	Figures	
		Initialisation de variables	
		Variables aléatoires	
	1.12		
		Polynômes	
		Entrées - Sorties	
		Attention, danger!	
	1.10	Theolion, danger	
2	Prog	rammation 14	,
	2.1	Instructions classiques	
	2.2	Fonctions	
	2.3	Structure de données	
	2.4	Paramètres dynamiques	,
	2.5	Récurrence	
	2.6	Récursivité	
	2.7	Déboguer un programme	,
3	Appl	ications 20	
	3.1	Le signal acoustique	
	3.2	Enregistrement du signal acoustique	
	3.3	Interpolation par fenêtre	
		3.3.1 Premier ordre	
		3.3.2 Deuxième ordre	
	3.4	Fenêtre glissante	,
A	Anne	exe A - Principales instructions MATLAB	
	A.1	Généralités	
	A.2	Valeurs spéciales	
	A.3	Matrices particulières	
	A.4	Opérateurs matriciels	
	A.5	Programmation	
	A.6	Figures	
	A.7	Fonctions trigonométriques	
	A.8	Polynômes	
	A.9	Instructions diverses	
	11./	21	

1 Généralités

Vous trouverez dans ce document

- une liste classée des principales **instructions** ou **commandes** que vous trouverez sous MATLAB, annexe A page 23,
- et un **index** en dernière page.

Le symbole ← signifie qu'il faille appuyer sur la touche entrée (ou return).

1.1 L'environnement MATLAB

Pour lancer MATLAB, sous UNIX, ouvrir une fenêtre de commande et taper matlaba, le 'a' permettant de garder la main dans la fenêtre de commande. Sous Windows®© ou Mac, double-cliquer sur l'icône correspondant.

Un environnement s'affiche à l'écran sous vos yeux emerveillés. Il est composé en général des cinq fenêtres suivantes :

- Current directory, qui vous indique le répertoire courant,
- Command History, qui regroupe dans une pile les commandes passées,
- Workspace, très utile, qui vous donne les variables en mémoire, leur type et leur taille,
- Launch Pad, où vous avez accès en autre aux boîtes à outils présentes,
- et enfin *Command Window*, la fenêtre de commande.
- ▶ Créer un répertoire InitiationMatLab et se mettre dans ce répertoire.

L'aide sous MATLAB est en général très bien faite. Pour y accéder, cliquer sur l'icone représentant un point d'interrogation bleu. Sur la gauche, cinq onglets sont accessibles :

- Contents, où sont rangées les fonctions par thème et boîte à outils,
- *Index*, qui permet de rechercher une fonction à partir du nom,
- Search, qui permet de chercher une fonction à partir de mots-clés,
- *Demos*, à découvrir par vous-même,
- et enfin *Favorite*, qui permet de stocker les pages utiles sans avoir à les rechercher à chaque fois

Il est possible également d'utiliser les commandes doc ou help pour afficher l'aide d'une commande.

1.2 Premiers pas

Dans un premier temps, tapez simplement

 $a=7 \leftarrow$

puis dans un deuxième temps

 $b=3; \leftarrow$

(avec le point-virgule)

▶ Question 1 Que constatez-vous ? Quel est l'intérêt du point-virgule ?

Remarque : Si vous oubliez le point-virgule, ou si l'exécution d'un programme est trop long, il arrive parfois que MATLAB se bloque dans son exécution (on voit alors "busy" en bas à gauche de la fenêtre). Pour arrêter l'exécution, sélectionner la fenêtre de commande et faire Control C.

▶ Question 2 *Effectuer les différentes opérations :* a+b, a*b, a/b.

Remarque : il est possible d'utiliser des commandes UNIX telles que ls, cd, pwd, etc. dans la fenêtre de commandes MATLAB.

1.3 Typage

Il existe deux techniques pour afficher les variables en mémoire : soit dans l'onglet *Workspace*, soit par les commandes who et whos.

▶ Question 3 Taper who et whos. Quelle différence y a-t-il entre ces deux instructions?

Dans la fenêtre *Workspace*, on voit apparaître un certain nombre d'informations liées à chacune des variables. L'une de ces information est le **typage** de la donnée. Dans la plupart des langages de programmation, les variables doivent être préalablement définies, à partir d'une commande liée à son type. Sous MATLAB, il n'est pas nécessaire de déclarer la variable en amont, et le logiciel adapte le typage nécessaire, ce qui peut s'avérer dangereux (Voir section 1.15)

Le typage permet d'associer à toute variable un *type* de variable, c'est-à-dire un protocole de codage de la variable en langage machine. Il est associé également un espace mémoire nécessaire à coder cette variable. Par exemple, si une variable est de type logical, elle ne comprend que deux valeurs possibles : 1 (TRUE) et 0 (FALSE). En théorie, seul 1 bit est nécessaire pour coder cette variable.

Il en existe plusieurs dans les différents langages de programmation. Sous MATLAB, les types les plus courants sont **double** (pour double précision -64 bits), **logical** (binaire), **char** (caractère -8 bits), **uint8** (entier non signé - 8 bits), mais il en existe plein d'autres (voir l'aide).

1.4 Macros

Il est en général bien plus commode d'écrire l'ensemble des fonctions successivement utilisées dans un fichier, afin de garder une trace des opérations successives. Dans la fenêtre principale, ouvrir File -> New -> Script ou bien cliquer sur le rectangle blanc. Une fenêtre s'ouvre (que l'on peut intégrer à l'espace de travail principal en faisant Desktop -> Dock Untitled1 ou en utilisant les flèches noires) dans laquelle il est possible d'inscrire autant d'instructions que nécessaire.

La plupart du temps il est préférable de commencer une macro par une remise à zéro complète. Écrire dans le fichier :

```
clear all, close all, clc.
```

▶ Question 4 Que signifient ces commandes?

Pour sauvegarder la macro, le plus rapide est d'appuyer simultanément sur les touches Ctrl + S ([pomme] + S sous Mac, Ctrl + x puis Ctrl + S sous UNIX), ou de cliquer sur la disquette. Sauvegarder votre macro sous le nom 'Essail.m' dans un répertoire aproprié.

▶ Question 5 Écrire dans votre macro les commandes suivantes (nous verrons la signification plus loin) :

```
clear all, close all, clc;
N=100;
p=.8;
```

```
A = rand(1,N);

prob = sum(A < p)/N

erreur = (p-prob)/p
```

Afin de lancer l'exécution d'une macro, la méthode la plus rapide consiste à cliquer sur l'icône représentant une feuille blanche avec une flèche bleue orientée vers le bas; une deuxième méthode consiste à écrire le nom de la macro dans la fenêtre de commande.

▶ Question 6 Exécuter cette macro pour plusieurs valeurs de N et p.

Cette macro montre à quel point l'écriture sous MATLAB peut être synthétique...

▶ Question 7 Que signifient les calculs intermédiaires A<p et sum (A<p) ?

1.5 Affichage d'une donnée

En tapant simplement dans la fenêtre de commande a=9, il s'affiche sur deux lignes le résultat de cette opération. Pour lire de nouveau la valeur de a, il suffit de taper a et de valider.

Il est possible d'afficher des données proprement avec la commande disp:

```
disp(a) \leftarrow
```

Afin de mettre en forme l'affichage, il est possible d'écrire :

```
disp(['la valeur de a est ' num2str(a)]) \leftarrow
```

▶ Question 8 *Quelle est l'utilité de la fonction* num2str?

Remarque: Il est possible d'afficher une apostrophe ' en la doublant dans la chaîne de caractères : disp('L''éléphant d''Ukraine est d''enfer !') ←

1.6 Vecteurs

Pour créer un vecteur, taper

$$V1 = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6] \leftrightarrow$$

Le vecteur s'affiche dans la fenêtre de commande.

Taper ensuite:

▶ Question 9 Quelle est la fonction de l'opérateur '?

Dans une fenêtre de commande, taper successivement :

```
V3 = 1:11 \leftrightarrow V4 = 1:2:11 \leftrightarrow V5 = 1:.1:3 \leftrightarrow V5
```

- ▶ Question 10 Que constatez-vous?
- ▶ Question 11 En déduire la construction d'un vecteur X de $-\pi$ à 2π , de pas 0.01 radian. Quelle est la longueur de ce vecteur?

Pour obtenir la valeur de la composante i, il suffit de taper

```
V5(i) \leftarrow
```

▶ **Question 12** *Quelle est la troisième composante du vecteur* ∨5 ?

En tapant V1 (end),

▶ Question 13 Quelle est l'utilité de la variable end ?

Une autre façon d'obtenir ce résultat est de connaître la taille (longueur) du vecteur.

- ▶ Question 14 Quelle commande permet-elle d'obtenir la longueur du vecteur ?
- ▶ Question 15 Donner deux formulations différentes pour obtenir le dernier élément d'un vecteur.

Les données dans MATLAB sont toujours représentées sous forme de vecteur ou de matrice. Une des fonctions essentielles est la détermination du minimum et du maximum des éléments d'un vecteur. Dans une fenêtre de commande, taper successivement :

```
V = rand(6,1) \leftrightarrow

a = min(V) \leftrightarrow

[a,b] = min(V) \leftrightarrow
```

La fonction rand permet de tirer au hasard une valeur entre 0 et 1 (voir plus loin).

▶ Question 16 Quels sont <u>les</u> arguments de sortie des fonctions min et max ?

1.7 Matrices

Les premières versions de MATLAB il y a une vingtaine d'années étaient des bibliothèques d'inversion de matrices (l'acronyme MATLAB signifiant "Matrix Laboratory"). Le type fondamental des variables de MATLAB est le type matrice. Une matrice est un tableau à deux dimensions d'expressions de même type.

Soit M la matrice de nombres aléatoires suivante : M = rand (4, 6) ←

- ▶ Question 17 Quelle est la taille de la matrice M? Afficher proprement (i.e. avec une belle phrase pleine de mots poétiques) les informations relatives à cette variable.
- ▶ Question 18 Utiliser les fonctions min et max sur M : que constatez-vous ? Comment obtenir les valeur min et max sur tous les éléments de la matrice ?

On constate que les termes d'une même ligne sont séparés dans la déclaration par des virgules ou par des espaces. Les lignes sont séparées entre elles par des points-virgules. Raisonnons sur des matrices plus simples.

Tapez successivement les commandes suivantes :

```
A = [1 \ 2 \ 3 \ 4; \ 5 \ 6 \ 7 \ 8; \ 9 \ 10 \ 11 \ 12; \ 13 \ 14 \ 15 \ 16] \leftarrow
B = A(2,2) \leftarrow
C = A(:,2) \leftarrow
D = A(1:3,2:3) \leftarrow
E = A' \leftarrow
```

▶ Question 19 Interpréter dans ce cas les opérateurs : et '

La facilité opératoire de MATLAB peut être une facilité apparente...

▶ Question 20 En tapant D (4,5) = 2: que constatez-vous?

Ceci est un avantage *et* un inconvénient. En effet, cela permet une souplesse et une simplicité d'écriture et de programmation, mais rend difficile la recherche de certaines erreurs lors de l'exécution du programme.

▶ Question 21 Déterminer les matrices F et G formées respectivement des deux dernières lignes et des deux colonnes centrales de A.

Les opérations matricielles classiques (multiplication, puissance, division) sont directement accessibles par leur symbole normal. Dans la fenêtre de commande, taper

▶ Question 22 Que constatez-vous ? Quelle différence y'a-t-il entre les opérateurs * et . * ?

De même, $A^2 \leftarrow$ puis $A^2 \leftarrow$

▶ Question 23 En déduire l'utilité d'un point avant un opérateur quelconque.

En posant A = [-1.9, -0.2, 3.4; 5.6, 7, 2.4; -0.5 -2.2 3.3]

▶ Question 24 Quelle est l'utilité des quatre fonctions round, floor, ceil et fix?

Il est facile, sous MATLAB, de rechercher les valeurs propres (eigenvalues) et vecteurs propres (eigenvectors) d'une matrice carrée avec la commande eig.

▶ Question 25 Quelles sont les valeurs propres et vecteurs propres de ceil (A) ?

Il existe plusieurs instructions permettant de construire des matrices particulières.

▶ Question 26 Que signifient les instructions suivantes : eye, zeros, ones, diag, triu, tril, magic, toeplitz ?

Il existe également plusieurs instructions relatives à des fonctions d'analyse linéaire.

- ▶ Question 27 Que signifient les instructions suivantes : det, rank, inv, size, norm, eig ?
- ▶ Question 28 Déterminer les vecteurs propres et valeurs propres de la matrice suivante :

$$M = \left[\begin{array}{rrr} -1 & 0 & 3 \\ 5 & 7 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{array} \right]$$

1.8 Fonctions

Les fonctions sous MATLAB sont des fonctions discrètes avec pour abscisse un vecteur de valeurs espacées régulièrement. Déterminer un vecteur d'abscisse X (voir question 11) entre 0 et 2π par pas de 0.1 et évaluer sin(X):

```
y = sin(X)
sum(y)
```

▶ Question 29 Que constatez-vous? Pourquoi? Que se passe-t-il avec un pas de 1e-3?

Il est donc important de constater que les fonctions sont construites à partir de variables *discrétisées*, c'est-à-dire d'une succession de valeurs séparées par un intervalle donné appelé *pas de discrétisation*.

On constate de plus que la taille des nouvelles variables construites se sont adaptées à la taille initiale de X.

▶ Question 30 À l'aide des sum et abs, déterminer la moyenne approchée de la valeur absolue d'une sinusoïde. Vérifiez avec un calcul théorique.

À l'aide du vecteur X précédemment construit (pas de 0.01), taper et exécuter la macro <code>vecteurx.m</code> suivante :

```
k = 2;
ksin2x = k*sin(2*X);
ksin2xpositif = ksin2x > 0;
disp(['Taille du vecteur ksin2x : ' num2str(length(ksin2x)) ...
' et du vecteur ksin2xpositif : ' num2str(length(ksin2xpositif))])
```

▶ Question 31 Quelle est l'utilité des trois points . . . en fin de ligne ?

1.9 Figures

La représentation de fonctions se fait essentiellement sous MATLAB par la commande plot. Avant celà, la commande figure : permet d'ouvrir une nouvelle fenêtre. Dans la macro précédente, taper

```
figure; plot(X,ksin2x);
puis
figure, plot(X,ksin2x,X,ksin2xpositif);
```

- ▶ Question 32 Quelles sont les options de cette fonction plot ?
- ▶ Question 33 Représenter la fonction ksin2x en rouge avec des petits cercles et ksin2xpositif en bleu avec des pointillés.
- ▶ Question 34 Utiliser les commandes legend et title pour agrémenter la figure.

Pour sauvegarder une figure, dans la fenêtre aller dans File -> Export (ou parfois File -> Save as) pour enregistrer dans le format désiré.

▶ Question 35 Sauvegarder la figure en JPG et en BMP.

Si l'on désire réactiver la figure i, il faut l'appeler en tapant figure (i).

▶ Question 36 Activer la première figure et dessiner la fonction ksin3x = k*sin(3*X). Que s'est-il passé sur la première courbe?

Pour résoudre le problème, il faut utiliser la commande hold.

▶ Question 37 Superposer les courbes des fonctions ksin2x et ksin3x.

Une autre possibilité consiste à utiliser la commande subplot.

▶ Question 38 Représenter les courbes des fonctions ksin2x et ksin3x à l'aide de la fonction subplot.

Nous allons maintenant essayer de visualiser une figure 3D, représentant par une surface les variations d'une fonction de deux variables. Prenons comme objet d'étude la fonction de deux variables suivante (appelée *Gaussienne*):

$$z = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-1)^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

sur le pavé $[-5,5] \times [-5,5]$. Le principe est, comme dans plot, de représenter graphiquement des points définis par 3 tableaux de points, le premier pour les abscisses, le second pour les ordonnées et le troisième pour les côtes. A partir du maillage des abscisses et des ordonnées défini par

$$x = -5:0.2:5; y = -5:0.2:5; \leftarrow$$

il faut créer un tableau bidimensionnels xx et yy qui affecteront à chacun des points de la grille respectivement son abscisse et son ordonnée. La fonction meshgrid réalise ce travail :

$$[xx,yy] = meshgrid(x,y)$$

Il reste à calculer la côte correspondante en utilisant la vectorisation de la fonction exp et des opérations arithmétiques sans oublier le "."

$$z = 1/(sigma*sqrt(2*pi))*exp(-((xx-1).^2+yy.^2)/(2*sigma^2));$$

On prendra $\sigma=1$. On peut maintenant obtenir un tracé 3D par l'instruction surf (ou surfc) :

ou un tracé de lignes de niveaux par l'instruction contour3:

Sauvegarder ces belles figures, que vous pourrez afficher fièrement sur la porte de votre chambre. Constatez qu'il est possible de les faire tourner pour une meilleure visualisation (voir figure 1).

▶ Question 39 Représenter la fonction

$$z = sin(x^2 + y^2), x \in [-\pi, \pi], y \in [-\pi, \pi]$$

1.10 Initialisation de variables

MATLAB est un outil très souple qui permet d'anticiper les aspirations de son utilisateur. Ainsi, en tapant

$$V6(5) = 7 \leftrightarrow$$

On constate que le vecteur s'est initialisé tout seul...

D'une manière générale, il n'est pas nécessaire, sous MATLAB, de déclarer ses variables. MATLAB utilise l'allocation dynamique de mémoire qui permet de modifier la taille des variables en

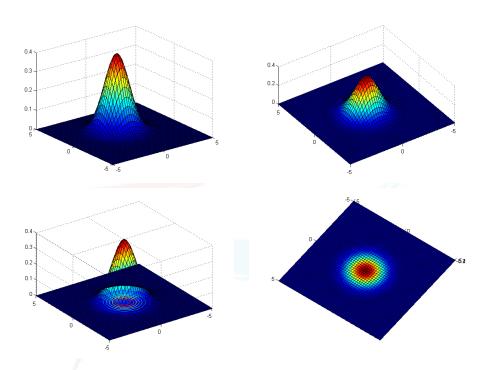


FIGURE 1 – Gaussienne 2D de différents points de vue.

permanence. Cette facilité ne permet pas de détecter des erreurs de programmation dans la gestion des matrices. Il est conseillé au programmeur d'établir des contrôles pour éviter d'être induit en erreur par l'allocation dynamique de mémoire.

Il est ainsi possible d'initialiser une variable avec la commande

Ou bien en lui donnant la valeur 0

 $V6 = zeros(1,5) \leftrightarrow$

Ou une matrice 3×5 :

$$M1 = zeros(3,5) \leftrightarrow$$

D'autres inititalisations sont possibles : taper

 $M2 = ones(3,5) \leftrightarrow$

 $M3 = ones(5) \leftrightarrow$

Ou bien:

$$M4 = eye(3,5) \leftrightarrow$$

▶ **Question 40** *Que fait la fonction* eye?

1.11 Variables aléatoires

Il existe différentes techniques pour initialiser aléatoirement un vecteur. Par exemple, taper randperm (7) \iff

▶ Question 41 Dans une macro loto.m, écrire un mini-programme (2 lignes suffisent!) qui permet de tirer 6 numéros au hasard sur 49.

Les commandes rand et randn permettent de tirer aléatoirement des nombres en fonction d'une densité de probabilité donnée. Ainsi, taper dans la fenêtre de commande :

```
rand(5) \leftarrow puis randn(5) \leftarrow
```

▶ Question 42 Quelle différence existe-t-il entre ces deux fonctions? Rechercher sur le net des informations relatives aux différentes lois de probabilité (notamment la loi uniforme et la loi normale ou gaussienne).

Afin de visualiser ces distributions, taper dans une macro tirage.m:

```
N1 = 100; N2 = 10000;
% Tirages :
X1 = rand(N1,1);
X2 = rand(N2,1);
Y1 = randn(N1,1);
Y2 = randn(N2,1);
% Affichages :
figure, hist(X1,200);
figure, hist(Y1,200);
figure, hist(Y2,200);
```

▶ Question 43 Interpréter ce que vous observez.

La fonction randn permet de faire un tirage pour une loi normale centrée ($\mu=0$) normalisée ($\sigma^2=1$)

▶ Question 44 Trouver la relation qui permet de faire un tirage pour μ et σ quelconques en fonction de $\mathcal{G}(0,1)$. En déduire comment faire un tirage selon une loi gaussienne quelconque.

Nous allons superposer différentes gaussiennes $\mathcal{G}(\mu,\sigma^2)$:

▶ Question 45 Effectuer les N tirages (N=1e4) selon les 3 lois suivantes :

```
1. T1 = \mathcal{G}(0,1),
2. T2 = \mathcal{G}(0,3)
3. et T1 = \mathcal{G}(-2,3).
```

▶ Question 46 Afficher dans une même fenêtre les histogrammes représentatifs (Fig. 2) en construisant la matrice T=[T3 T2 T1] et la commande hist.

Dans une seconde macro tirage2.m, taper et exécuter les commandes suivantes :

```
tic; N = 100000; A = randn(N,1); AA = (A<-1); NN = sum(AA); P = NN / N; toc; disp(['P = ' num2str(P)])
```

- ▶ **Question 47** *Que signifie cette suite d'instructions ?*
- ▶ Question 48 Que signifient les commandes tic et toc?

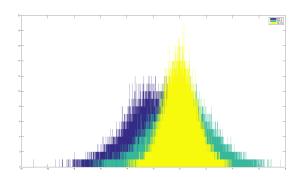


FIGURE 2 – Lois gaussiennes

1.12 Opérateurs logiques

Lorsque qu'une comparaison est faite, le résultat est de type logical array (voir variable AA). Il est ensuite possible de définir des opérations logiques sur ce type de données. Taper :

```
M1 = floor(10*rand(5)); MM1 = M1 > 3;
M2 = floor(10*rand(5)); MM2 = M2 > 7;
N1 = ~MM1;
N2 = MM1 & MM2
N3 = MM1 | MM2
```

▶ Question 49 Quelles sont les fonctions de ces opérateurs ?

1.13 Polynômes

Les polynômes sont gérés, sous MATLAB, par des vecteurs de coefficients dans l'ordre décroissant. Aussi le polynôme

$$x^5 + 2x^4 - x^2 - x + 1$$

est-il représenté sous MATLAB par le vecteur p = [1, 2, 0, -1, -1, 1]. Prenons la variable x:

```
x = -5:0.01:5;
puis taper
polyval(p,x)
polyder(p)
```

▶ Question 50 Quelle est l'utilité des fonctions polyval et polyder ?

Taper les deux instructions suivantes :

```
polyval(polyder(p),x)
polyder(polyval(p,x))
```

- ▶ Question 51 Commenter les résultats obtenus.
- ▶ Question 52 Représenter le polynôme ci-dessus.

1.14 Entrées - Sorties

En général, il n'est pas nécessaire de sauvegarder des données et/ou l'espace complet de travail : l'algorithme stocké dans une macro suffit. Cependant, dans certains cas (comme lorsqu'un algorithme est très long à tourner -parfois jusqu'à plusieurs jours !-), il est utile de sauvegarder tous ces éléments.

Pour sauvegarder une ou plusieurs variables il faut taper

```
save [NomFichier] var1 var2 [...] varn
```

ou pour sauvegarder l'espace de travail au complet, cliquer sur File -> Save Workspace As...

Pour récupérer ces données, il suffit de taper

```
load [NomFichier]
```

Il est possible également de sauvegarder des informations dans un fichier sous forme de texte formaté. Pour cela, la première chose à faire est d'utiliser la fonction fopen pour ouvrir un fichier :

```
f = fopen('[NomFichier]','w') en écriture,
f = fopen('[NomFichier]','r') en lecture.
```

Ensuite, utiliser la fonction fprintf pour écrire dans un fichier (avec le format désiré), et la fonction fscanf pour lire un fichier ASCII. Se reporter à l'aide MATLAB pour les options. Pour fermer le fichier, il suffit d'utiliser fclose.

1.15 Attention, danger!

MATLAB est un langage facile à prendre en main, et surtout très souple. Probablement TROP souple. En effet, si l'on tape :

```
a = [ 1 2; 3 4]
Puis
a(3,4) = 2
```

De même, si on tape:

```
x = -pi:pi:2*pi;
y = sin(x);
figure, plot(x,y);
```

▶ Question 53 Que constatez-vous?

Ainsi MATLAB anticipe les besoins du programmeur, ce qui peut s'avérer extrêmement dangereux dans des contextes délicats. L'opérateur perd un peu la main sur les variables qu'il manipule, notamment (ici) la taille des matrices, l'interpolation de points, etc.

Il faut rester vigilent!

2 Programmation

2.1 Instructions classiques

Nous voyons dans cette section quelques instructions très classiques en programmation : l'instruction de test if, les boucles for et while. On va réécrire le programme précédent à l'aide de ces instructions.

Écrire dans une macro le programme suivant :

```
tic; cpt = 0; N = 100000;
for (n=1:N)
    a = randn;
    if (a < -1)
        cpt = cpt + 1;
    end;
end;
P = cpt / N;
toc;
disp(['P = ' num2str(P)]);</pre>
```

▶ **Question 54** *Comparer le temps d'exécution avec précédemment. Conclure.*

Remarque : ne jamais afficher des données dans des boucles, cela ralentit considérablement l'exécution du programme. Pour vous en convaincre, enlever le ; de la ligne a = randn et relancer la macro...

Attention : pour valider une égalité, il faut doubler le signe =. Pour illustrer ceci, taper dans une fenêtre de commande :

```
a = 2; b = 5;
b == a
b = a
b == a
```

▶ **Question 55** *Réécrire le programme précédent avec l'instruction* while.

Conclusion : En Matlab, il importe de rendre matricielles, dans la mesure du possible, toutes les opérations à effectuer, et de réduire au strict minimum les boucles de calcul en utilisant les surcharges de type. A cette condition, les programmes Matlab sont comparables en temps d'exécution, pour des problèmes de taille raisonnable, à des programmes écrits en langage plus performants (C ou C++) et sont beaucoup, beaucoup plus faciles à développer et à tester.

2.2 Fonctions

Lorsqu'on fait appel à un même algorithme plusieurs fois en ne changeant que les variables d'entrée/sortie, il est possible de créer des *fonctions*.

Ouvrir un nouveau fichier et écrire

```
function P = proba(LoiProba, Val, NbIter)
```

Puis enregistrer. Par défaut, il vous propose proba.m. Valider et garder ce nom : le nom du fichier et le nom de la fonction doivent toujours être identique. Conséquemment, vous aurez

toujours un seul fichier .m par fonction.

Attention : les noms de fonctions ne doivent comporter ni espace ni lettres accentuées, ni certains caractères spéciaux (-,*, *etc.*).

Ce nouveau fichier n'est plus une macro mais une fonction. Il est important d'avoir le même nom pour cette fonction que pour le fichier correspondant. Écrire ensuite :

```
% Cette fonction retourne une probabilité empirique P en fonction
d'une loi de probabilité, d'une valeur et du nombre d'itérations
% si LoiProba = 1, alors la loi de probabilité est une loi uniforme
% sinon, la loi de probabilité est une loi normale
Pu = sum(rand(NbIter,1) < Val) / NbIter;
Pn = sum(randn(NbIter,1) < Val) / NbIter;
if (LoiProba == 1)
    P = Pu;
else
    P = Pn;
end
Puis taper dans la fenêtre de commande:
MaProba = proba(0,-1,10000)</pre>
```

▶ Question 56 taper Pu ou Pn dans la fenêtre de commande : que constatez-vous ?

Les variables Pu et Pn sont des variables **locales**, c'est-à-dire qu'elles n'existent que lors de l'appel de fonction. Si une variable de même nom existe déjà en mémoire, en tant que variable *globale*, il n'y aura pas d'interférence entre ces deux données. De la même façon, les variables locales sont inaccessibles à partir de l'espace principal. Ceci est valable pour le nom des variables d'entrée/sortie. Ceci est une grande différence avec les macros, où les variables restent dans l'espace principal.

Il est cependant possible de déclarer dans une fonction des **variables globales**, avec l'instruction global, ce qui peut être très utile pour éviter de passer en paramètre toutes les variables de votre code.

Enfin, bien entendu, il est possible d'optimiser le code :

```
P = (LoiProba == 1) (sum(rand(NbIter,1) < Val))
+ (LoiProba ~= 1) (sum(randn(NbIter,1) < Val));</pre>
```

Mais est-ce bien utile? Un code doit avant tout être clair et lisible par un autre individu bien moins intelligent et brillant que vous... Voire par vous-même après un certain temps, et les 10.000 neurones que vous perdez chaque jour n'expliquent pas toujours tout!

- ▶ Question 57 Taper help proba dans la fenêtre de commande : que constatez-vous ?
- ▶ Question 58 Taper lookfor proba dans la fenêtre de commande : que constatez-vous ?

2.3 Structure de données

Si l'on désire sortir plusieurs données d'une fonction, le formalisme est le suivant :

```
function [s1, s2, ..., sn] = NomFonction(e1, e2, ..., ep)
```

▶ Question 59 Écrire une fonction qui prend en entrée une valeur val et un nombre d'itérations NbIter, et qui délivre les deux probabilités empiriques relatives aux deux lois uniforme et normale :

```
function [Puniv, Pnorm] = probas(Val, NbIter)
```

Faire tourner votre fonction. Si vous l'appelez simplement par MaProba = probas (-1, 10000), que constatez-vous?

Le principal inconvénient d'une telle écriture est la rigidité de manipulation : si, en cours de programmation, on désire faire sortir une autre variable non prévue initialement mais utile dans la fonction, il faut non seulement changer la fonction elle-même, mais également tous les appels à cette fonction.

Il est ainsi pratique d'attacher au même nom de variable une série de variables auxiliaires inhomogènes qui en sont des attributs. On crée alors une structure de données dont les composantes sont les *champs*. Ces structures sont très utilisées en C/C++ ou dans des bases de données. Prenons un exemple simple. Taper dans le fenêtre de commande :

```
P.Univ = proba(1,0.7,10000) \leftarrow
P.Norm = proba(0,0.7,10000) \leftarrow
```

▶ **Question 60** *Que constatez-vous ? Quelle est la structure de P ?*

Il est ainsi possible de donner à toute variable des champs de manière dynamique.

▶ Question 61 Réécrire la fonction probas. m avec une seule sortie P.

2.4 Paramètres dynamiques

Il est parfois nécessaire de passer en paramètre de fonction non plus des variables mais d'autres fonctions. Prenons un exemple simple de calcul intégral (numérique par approximation) d'une fonction f, à l'aide de la fonction MATLAB quad.

▶ Question 62 Créer une fonction MATLAB (appelée par exemple mafct) permettant de construire un vecteur z en fonction de x de la forme $z = e^{-x^2}$.

```
Ensuite, pour calculer la surface dans l'intervalle [-1,1], il suffit de taper : somme = quad (@mafct, -1, 1) le caractère '@' permet de faire passer l'adresse de la fonction, et non pas sa valeur.
```

▶ **Question 63** Calculer la moyenne de la fonction $e^{\cos(x)}$.

Dans le cas d'une fonction monovariable, il n'y a pas d'ambiguïté sur la variable d'intégration. Avec une fonction de plusieurs variables, il faut alors préciser la variable d'intégration et fixer la valeur des autres variables. Par exemple :

```
x = 3;
somme = quad(@(y)mafct(x,y),-1,1)
```

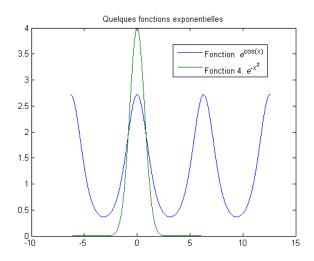


FIGURE 3 – Fonctions exponentielles.

▶ Question 64 Calculer l'intégrale suivante pour différentes valeurs de x:

$$\int_{-1}^{1} e^{(x-y)^2} dy, \qquad x = \{-1, 0, 1\}$$

2.5 Récurrence

Les fonctions sont très utiles dès que l'on veux introduire de la récurrence dans le programme. Prenons le cas de la suite de Fibonacci, régie par la récurrence suivante :

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

Elle se construit avec le programme suivant :

```
function f = fibonacci(n)
f = zeros(n,1);
f(1) = 1;
f(2) = 2;
for k = 3:n
    f(k) = f(k-1) + f(k-2);
end
```

▶ Question 65 Etablir une courbe montrant le temps de calcul de la suite de Fibonacci sous MATLAB en fonction de la profondeur : t = f(n).

2.6 Récursivité

Une manière élégante et synthétique (mais souvent peu lisible...) d'écrire un programme de récurrence est d'introduire une récursivité, c'est-à-dire lorsque qu'une fonction fait appel à ellemême. Ainsi pour la suite de Fibonacci :

```
else
   f=fibo_rec(n-1)+fibo_rec(n-2);
end
```

▶ Question 66 Comparer le temps d'exécution avec précédemment.

2.7 Déboguer un programme

Lorsqu'un programme est un peu long ou complexe, il est possible de suivre son évolution "pas à pas" pour comprendre son fonctionnement ou corriger des *erreurs* (*i.e.* qu'il ne donne pas les résultats attendus *a priori*). On utilise pour cela le mode *debug*.

Écrire les deux programmes suivants :

```
function premiers=NombresPremiers(max)
% Cette fonction permet de trouver tous les nombres
% premiers jusqu'à la valeur 'max'
% Exemple d'utilisation :
% >> NombresPremiers (50)
premiers=[2];
s=size(premiers);
for n=3:max
   reste=99;
   i=1;
   while (reste^-=0) & (i <= s(1)) & (premiers(i) <= n/2)
      reste=rem(n, premiers(i));
      i=i+1;
   end
   if reste~=0
      [premiers,s] = empile(premiers,n);
   end
```

avec

```
function [pile_out,taille] = empile (pile_in,x)
% Cette fonction empile un élémént dans une pile
pile_out = [pile_in ; x] ;
taille = size(pile_out) ;
```

Il faut maintenant ajouter un point d'arrêt (*breakpoint*, comme disait Shakespeare quand il programmait en MATLAB) sur une ligne du programme soit en appuyant sur l'icône représentant une page blanche avec un point rouge sur le coté gauche, soit dans le menu Debug -> Set/Clear breakpoint de l'environnement. Lorsque le programme est lancé, il s'arrête sur la ligne en question.

▶ Question 67 Taper help NombresPremiers. Que se passe-t-il?

Ensuite, plusieurs solutions (dans l'ordre des icônes consacrées) :

- soit on continu le programme pas à pas (step),
- soit on continu dans la function appelée (step in),
- soit on ressort dans la function appelée (step out),
- soit on continu l'exécution du programme jusqu'au prochain point d'arrêt (Continue).
- ▶ Question 68 utiliser ces fonctionnalités pour comprendre pas à pas le programme NombresPremiers.
- ▶ Question 69 utiliser ces fonctionnalités pour comprendre pas à pas le programme fiborec.



Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace

SUPAERO

3 Applications

Dans cette partie, nous allons aborder les notions importantes de discrétisation et d'interpolation, au travers d'une étude hautement scientifique : le langage de la baleine de Mongolie.

3.1 Le signal acoustique

De très grands chercheurs renomés et reconnus par leurs pairs ² des plus grandes universités mondiales se sont penchés sur le chant de la baleine de Mongolie lors de débats pendant une période électorale. Ces gens très intelligents ont modélisé ces chants puis en ont déduit un algorithme stochastique, décrit dans Chant.m³, qui vous permet de simuler différents noms d'oiseaux échangés entre les cétacés.

3.2 Enregistrement du signal acoustique

Sur le terrain, le signal est enregistré électroniquement avec une période d'échantillonnage T_e . Le signal échantillonné est donc une mesure partielle du son réel. L'échelle de temps est la ms: tous les vecteurs temps sont indicés par un temps en ms. Ceci est illustré figure 4.

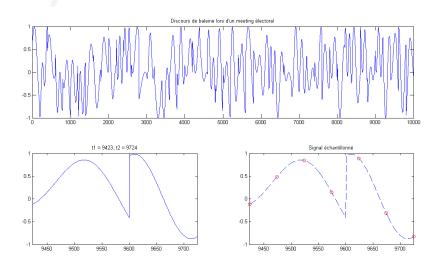


FIGURE 4 – Signal initial, fenêtre temporelle et échantillonnage.

Ainsi est enregistrée, électroniquement, la valeur de s(t) toutes les $T_e \ ms$. Nous allons simuler ceci, en ne prenant qu'une valeur de s(t) sur 50 de manière régulière. Nous allons faire cette étude sur une fenêtre temporelle de taille T=300ms.

- ▶ Question 70 En étudiant la fonction Chant.m, créer un petit programme (macro)
 - 1. qui lance une simulation, avec un pas minimal de 1ms, 50 phases minimales et un index des fréquences maxi de 30;
 - 2. qui extrait une fenêtre temporelle au hasard de taille T=300,
 - 2. accessoirement, mais pour certains d'entre eux seulement, par leur père aussi.
- 3. On rappelle que les fichiers sont disponibles ici : http://personnel.isae.fr/emmanuel-zenou/supaero/1ere-annee-13/article/initiation-matlab.html

- 3. qui extrait une valeur sur 50 du signal initial, simulant ainsi un échantillonnage du signal,
- 4. et qui affiche l'ensemble des données avec plein de titres et de légendes.

Deux niveaux de numérisation du signal sont mises en œuvre :

- 1. En enregistrant, pour chaque échantillon, la valeur du signal,
- 2. et en enregistrant, toujours pour chaque échantillon, la valeur du signal et de sa dérivée.

Nous allons voir ici deux méthodes de reconstitution du signal temporel à partir des échantillons enregistrés : la première méthode consiste à faire une interpolation entre les échantillons sur une fenêtre entière ; la seconde méthode consiste à utiliser une fenêtre glissante. Chaque méthode se décline selon deux approches : la première approche consiste à n'utiliser que la valeur des échantillons (premier ordre) ; la seconde approche consiste à utiliser la valeur des échantillons et leur dérivée (deuxième ordre).

3.3 Interpolation par fenêtre

3.3.1 Premier ordre

Supposons, dans la fenêtre que vous venez de sélectionner, l'ensemble des N échantillons enregistrés. Pour reconstituer le signal avec la première méthode de numérisation, il suffit de trouver un polynôme de degré n=N-1 passant par ces N points.

- ▶ Question 71 Poser le système d'équation correspondant sous forme matricielle, puis proposer une méthode de résolution simple par calcul matriciel.
- ▶ Question 72 Implémenter une fonction permettant de répondre au problème. La mettre en œuvre sur la fenêtre T.
- ▶ Question 73 Proposer un outil permettant de mesurer la différence entre le signal réel et le signal approximé (en %).

3.3.2 Deuxième ordre

Ensuite, avec la seconde méthode de numérisation, il est possible de tenir compte de la dérivée de chaque échantillon. Le polynôme minimum pour obtenir un tel signal est de degré $n=2\times N-1$.

▶ Question 74 Poser le système d'équation correspondant sous forme matricielle, puis proposer une méthode de résolution simple par calcul matriciel. On pourra mettre ce système sous la forme suivante :

$$(a_{2\times N-1} \ a_{2\times N-2} \ \dots \ a_2 \ a_1 \ a_0) \times \left(X\right) = \left(\begin{array}{c} Y\\ \dots\\ dY \end{array}\right)$$

- ▶ Question 75 Implémenter une fonction permettant de répondre au problème. La mettre en œuvre sur la fenêtre T.
- ▶ Question 76 Comparer le résultat avec précédemment. Commenter.

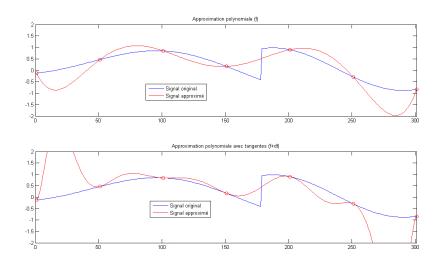


FIGURE 5 – Interpolation.

3.4 Fenêtre glissante

Les fonctions B-splines sont très utilisées dans tous les problèmes d'interpolation et d'approximation aussi bien dans le plan que dans l'espace. Elles sont présentes à l'heure actuelle dans tous les systèmes de Conception ou de Dessin Assisté par Ordinateur.

Supposons deux échantillons aux instants t et $t + T_e$ du signal : s(t) et $s(t + T_e)$. Il est possible de relier ces deux points, en fonction de la stratégie de numérisation choisie, avec une fonction

- linéaire pour respecter les valeurs du signal en chaque extrémité,
- de degré 3 pour respecter les valeurs et les dérivées.
- ▶ Question 77 Poser les équations permettant de relier linéairement deux échantillons consécutifs et proposer une méthode de résolution simple par calcul matriciel.
- ▶ Question 78 Poser les équations permettant de relier, en tenant compte de la dérivée de chacun d'entre eux, deux échantillons consécutifs et proposer une méthode de résolution simple par calcul matriciel.
- ▶ Question 79 Implémenter et mettre en œuvre ces méthodes sur la fenêtre T.
- ▶ Question 80 Comparer le résultat avec précédemment.
- ▶ Question 81 Comparer les différentes méthodes sur le signal complet. Conclure.

A Annexe A - Principales instructions MATLAB

Les tableaux suivants résument les principales instructions MATLAB.

A.1 Généralités

Nom	Description	Exemple(s)
help	décrit une instruction	help eig
who	liste les variables en mémoire	
whos	liste et décrit les variables en mémoire	
what	donne l'ensemble des fichier matlab dans le répertoire	
clear	efface une variable	clear M
disp	affiche une chaîne de caractères	disp('tralalalère.');
clear all	efface toutes les variables	clear all
clc	efface l'espace de commandes	
[Ctrl]+C	arrête une routine	
exit	arrête MATLAB	
quit	idem	
1 /	exécute une commande de l'OS	!ls -la sous Linux/UNIX
		! cmd sous Windows
0/0	permet de commenter le reste de la	% Oh! La belle
	ligne	% instruction!
;	n'affiche pas le résultat	x=3;
	permet de continuer l'instruction	x=atan(pi^
	à la ligne	3)+2;
date	affiche la date (codifiée)	now
		datestr(now)
home	revient au répertoire 'home' de	
	MATLAB	

A.2 Valeurs spéciales

Nom	Description	Exemple(s)
ans	retourne la dernière valeur calculée	cos(ans)
pi	retourne π	cos(pi)
exp(1)	retourne <i>e</i> (exponentielle)	exp(pi)>pi^ (exp(1))
i , j	désigne le nombre imaginaire $(\sqrt{-1})$	1+i
inf	désigne l'infini (∞)	1/inf
NaN	désigne un nombre indéfini (Not a	
	Number)	

A.3 Matrices particulières

Nom	Description	Exemple(s)
zeros	renvoie une matrice nulle	zeros(2)
ones	renvoie une matrice de 1	ones(2,3)
eye	retourne la matrice carrée identité	eye(2)
compan	retourne la matrice compagnon	campan([1 0 -7 6])
hilb	retourne la matrice de Hilbert	
magic	retourne une matrice correspondante	
	au carré magique	
pascal	affiche la matrice correspondante au	pascal(5)
	triangle de Pascal	
vander	Retourne la matrice de vandermonde	

A.4 Opérateurs matriciels

Nom	Description	Exemple(s)
size	taille d'une matrice	size(M)
		[NbL, NbC] = size(M)
		size(M,2)
length	retourne la taille d'un vecteur	length(V)
end	renvoie le dernier élément d'un vecteur	V(end)
	équivalent à	V(length(V))
+	additionne deux matrices	M1+M2
-	soustrait deux matrices	M1-M2
*	multiplie deux matrices	M1 *M2
/	divise A par B (B inversible)	M1/M2
^	met à la puissance	M ^ 2
.[op]	éxécute l'opération terme à terme	M1. ^ 3
		M1./M2
,	conjugue et transpose	M1'
.′	transpose	M1.′
>,>=,<,<=,==	compare terme à terme	M3=M1<=M2
Conheile	Non logique	$M2 = \sim M1$
~=	Non-égal	$M2 \sim = M1$
		$M3 = (M1 \sim = M2)$
&	ET logique	M1&M2
	OU logique	M1 M2
xor	OU exclusif	C=xor(A,B)
find	donne les indices des termes non nuls	find(M1&M2)
rot90	« tourne » une matrice	rot90(eye(2));
eig(A)	retourne les valeurs propres et les	<pre>[valp, vecp] = eig(A);</pre>
	vecteurs propres d'une matrice	

A.5 Programmation

Nom	Description	Exemple(s)
if	si	if $(\det(M) \sim = 0)$
then	alors	N=inv(M);
else	sinon	else disp('Matrice M non
		<pre>inversible');</pre>
elseif	sinon si	elseif (det(M)>1)
for	pour	for i=1:n
while	tant que	while(i<=n)
break	sort de la boucle ou d'un branchement	if $(det(M) == 0)$ break;
	conditionnel	
pause	attend que l'opérateur appuie sur une	
	touche pour continuer	
error	permet d'afficher un message d'erreur	error('La matrice n'est
		<pre>pas inversible');</pre>

A.6 Figures

Nom	Description	Exemple(s)
plot(x)	affiche des composantes du vecteur x	plot(rand(100,1));
plot(x,y)	affiche les points (x_i, y_i)	
subplot	permet d'afficher plusieurs figures dans	
	une fenêtre	
loglog	affiche en échelle logarithmique	
semilogx	affiche en échelle log. pour l'axe x	
semilogy	affiche en échelle log. pour l'axe y	
polar	affiche en coordonnées polaires	
figure	ouvre une nouvelle fenêtre	figure;
figure(n)	sélectionne la figure $n^o n$	figure(2);
title	affiche un titre	title('Courbes de
		Bézier');
legend	affiche la legend	legend('f(x)','g(x)');
xlabel	étiquette l'axe x	<pre>xlabel('temps');</pre>
		$xlabel('temps {\setminus it t})'$
ylabel	étiquette l'axe y	<pre>ylabel('Energie');</pre>
		$ylabel('{\dot {c}} = ^ {-\dot {c}}$
		t}');
axis	permet de définir l'échelle des axes	
grid	dessine une grille	
hold	maintient des courbes sur une figure	

A.7 Fonctions trigonométriques

Description	Exemple(s)
sinus	sin(pi/2)
arcsin	asin(1)
sinus hyperbolique	
arcsinus hyperbolique	
cosinus	cos(pi)
arccosinus	acos(-1)
cosinus hyperbolique	
arccosinus hyperbolique	
tangente	tan(pi/4)
arctangente	atan(1)
arctangente sur $[02\pi]$	atan2(sqrt(3)/2,-1/2)
tangente hyperbolique	
arctangente hyperbolique	
	sinus arcsin sinus hyperbolique arcsinus hyperbolique cosinus arccosinus cosinus hyperbolique arccosinus hyperbolique arccosinus hyperbolique tangente arctangente arctangente sur $[02\pi]$ tangente hyperbolique

A.8 Polynômes

Nom	Description	Exemple(s)
$\overline{[a_n \dots a_1 a_0]}$	Polynôme $a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$	
roots	calcule les racines d'un polynôme	roots([1 -1 -1])
polyval	évalue un polynôme	<pre>polyval(P,x);</pre>
polyder	dérive un polynôme	polyder(P);
polyder	évalue la dérivée un polynôme	<pre>polyder(P,x);</pre>
poly	renvoie le polynôme caractéristique	

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace

SUPAERO

A.9 Instructions diverses

Nom	Description	Exemple(s)
rand	renvoie un nombre avec une	rand
	probabilité uniforme	rand(3,5)
randn	renvoie un nombre au hasard avec une	x=randn(2,5);
	probabilité de loi normale	y=moy+sqrt(var)*randn;
mean	calcule la moyenne le long des colonnes	mean(rand(100,1))
var	calcule la variance le long des	var(rand(100,1))
std	calcule l'écart-type (<i>deviation</i>) standart le long des colonnes	std(rand(100,1))
abs	calcule le module	abs(-6)
		abs(1+i)
median	retourne la valeur médiane	,
min	retourne le minimum par colonne	
max	retourne le maximum par colonne	
sum	somme les éléments d'une colonne	
angle	calcule la phase	angle(1+i)
real	renvoie la partie réelle	
imag	renvoie la partie imaginaire	
conj	renvoie le conjugué	
round	renvoie l'entier le plus proche	
floor	renvoie l'entier inférieur	
ceil	renvoie l'entier supérieur	
sign	renvoie la partie entière du nombre	
exp	renvoie l'exponentielle	exp(3)
log	renvoie le logarithme	
log10	renvoie le logarithme décimal	
num2str	Convertit un nombre en chaine de caractères	<pre>disp(['Nhasard = ' num2str(rand)]);</pre>
quad	permet de calculer une intégrale	
stitut Supér	ieur de l'Aéronautiq	

SUPAERO