

Stage de recherche pour les élèves de première année  
des Écoles normales supérieures de Lyon et de Paris

**Titre :** Etude de la fiabilité de systèmes complexes interdépendants  
**Thématique :** Graphe aléatoire ; percolation  
**Encadrement :** Florian Simatos  
Professeur en probabilités et statistique  
<http://personnel.isae.fr/florian-simatos/>  
[florian.simatos@isae.fr](mailto:florian.simatos@isae.fr)  
**Localisation :** ISAE-Supaero, Toulouse

### Problématique générale

Le bon fonctionnement des sociétés modernes repose sur un nombre important de réseaux : communication, transport et énergie par exemple. La fiabilité de ces réseaux est donc un élément clef de la stabilité de ces sociétés et plusieurs études ont suggéré que ces réseaux, de par leur organisation “complexe”, les rendaient particulièrement robustes à des défaillances aléatoires [1], ce qui peut paraître comme une bonne nouvelle.

Néanmoins, ces études se focalisent sur un réseau particulier, considéré en isolation du reste. Elles négligent ainsi une caractéristique importante de ces réseaux, à savoir leur interdépendance : par exemple, une défaillance du réseau électrique peut causer une défaillance du réseau de communication, et inversement. Lorsque l’on prend en compte cette interdépendance, des études récentes [2] ont montré que les propriétés de robustesse pouvaient changer drastiquement, et les réseaux être en fait beaucoup moins robustes que ce que leur étude en isolation pouvait laisser penser.

### Objectif du stage

L’objectif de ce stage est d’étudier la robustesse de modèles de graphes aléatoires qui prennent en compte l’interdépendance. Un modèle envisagé est le suivant.

On considère deux graphes aléatoires dont la suite des degrés suit une loi de puissance, par exemple deux graphes générés par le modèle de configuration. Dans la version la plus simple, ces graphes ont le même ensemble de nœuds  $n$ , et l’on considère une proportion  $p$  de nœuds tirés au hasard défaillants dans le premier graphe. Cette défaillance initiale se propage dans le second graphe selon le mécanisme proposé par [2] : une arête n’est conservée dans le second graphe que si les deux nœuds incidents sont dans la même composante connexe du premier graphe, et cette procédure est itérée jusqu’à ce qu’il n’y ait plus aucune arête à enlever. La motivation de ce modèle est que pour qu’une arête soit conservée, il faut que les deux nœuds soient connectés dans les deux graphes.

Lorsqu’il n’y a qu’un graphe, on sait que quel que soit  $p < 1$  le graphe après percolation contient une composante géante. Pour les graphes interdépendants, les physiciens conjecturent qu’au contraire, il existe une valeur critique  $p_c \in ]0, 1[$  au-delà de laquelle la plus grande composante connexe devient négligeable devant le nombre de nœuds : le but de ce stage est de travailler sur cette conjecture.

### RÉFÉRENCES

- [1] Béla Bollobás and Oliver Riordan. Robustness and vulnerability of scale-free random graphs. *Internet Math.*, 1(1):1–35, 2003.
- [2] Sergey V. Buldyrev, Roni Parshani, Gerald Paul, H. Eugene Stanley, and Shlomo Havlin. Catastrophic cascade of failures in interdependent networks. *Nature*, 464:1025–1028, 2010.